

违约概率与违约损失率的测度研究

安融信用评级有限公司

一、违约概率的测度研究

违约概率 (Probability of Default, 简称“PD”)是指预计债务人不能偿还到期债务 (违约) 的可能性。根据评级体系以及历史资料积累的程度, 违约概率的测度大致经历了三个阶段: 第一阶段是基于评级结果排序的序数测度, 该阶段由于评级历史资料的缺乏, 尚不能统计出每个等级的违约概率, 信用级别即是违约率的近似表达。第二阶段是通过评级历史资料来估算企业违约概率, 这与巴塞尔新资本协议要求基本一致, 具体是通过评级历史资料来统计客户的每一个等级多年平均的历史违约率, 将其作为每个等级对应的违约概率, 国外著名评级机构以及商业银行基本都采用了这种方法。第三阶段, 利用高级信用风险模型来度量违约概率和迁移概率, 主要包括 Creditmetrics 模型、Creditportfolio View 模型、KMV 模型和 Creditrisk⁺模型。下面重点对高级信用风险模型进行综述比较。

1、Creditmetrics 模型

Creditmetrics 模型是 1997 年 JP. Morgan 银行邀请美洲银行、德意志摩根建富、瑞士银行以及穆迪 KMV 公司等共同研制的信用风险度量方法 (李志辉, 2001)。该模型的违约概率度量通过迁移矩阵来实现。迁移矩阵是一个评级体系中横跨所有行业的公司信用等级逐年变化的历史数据, 由不同性质公司在不同商业周期组成的样本统计出的一定信用期限内各个信用等级的债务人, 从一个等级迁移到另一个等级 (包括违约) 的概率矩阵表, 企业一年的违约概率即是迁移矩阵最后一列数值。同时该模型还计算了各个信用等级在 n ($n > 2$) 年内平均的累积违约率, 即将 1 年期的迁移矩阵自乘 n 次, 该迁移矩阵最后一列的数值即 n 年的累计违约率。

Creditmetrics 模型对违约率测度体现了巴塞尔新资本协议对违约率的要求, 主要优点是, 其估计的违约概率是以每年的评级历史数据进行平均统计, 方法比较简单, 只要有若干年份评级结果的历史资料就可以计算出各个信用等级的迁移概率与违约率。但此方法的主要缺陷是信用等级迁移概率矩阵的许多前提假设与现实不符。如: ①信用等级迁移概率矩阵的稳定性假设与现实不相符。

Nickell、Perraudin and Varotto (1998) 的研究发现行业因素、国家因素以及商业周期因素均会对信用等级迁移概率产生影响。②信用等级迁移概率遵循一个稳定的马尔可夫过程与现实不符，Nickell、Perraudin and Varotto (1998) 的研究发现信用等级迁移概率与过去曾经出现的结果有很高的相关性。③在生成债券信用等级迁移概率矩阵时所使用的债券组合也会对矩阵的准确性产生影响。

2、Creditportfolio View 模型

Creditportfolio View 模型是 Mckinsey 公司于 1998 年开发的。Creditportfolio View 模型将宏观经济因素与违约概率以及信用等级迁移概率相联系，应用经济计量学和蒙特卡罗模拟来实现模拟违约的联合条件概率分布，以及每个国家不同行业中各种信用等级群体的信用等级迁移概率，直接将迁移概率与宏观经济因素之间的关系模型化。Creditportfolio View 模型的最大特点是考虑了当期的宏观经济环境，认为信用质量的变化是宏观经济因素变化的结果，并且信用等级迁移概率依赖于宏观经济变量，如失业率、GDP 增长率、长期利率水平等因素。Creditportfolio View 模型应用的迁移概率和违约概率与 Creditmetrics 模型不同，不是以历史等级迁移和违约的数据来估计，而是以当期的经济状态为条件来计算债务人的等级迁移概率与违约概率。

Creditportfolio View 模型实际上是 Creditmetrics 模型的扩展和补充，纳入各种影响违约概率以及相关联的信用等级迁移概率宏观因素，是经宏观经济因素调整的迁移概率矩阵与违约概率矩阵。但该模型存在以下缺陷：如实行这一模型需要可靠的数据，而每一个国家、每一个行业的违约信息往往较难获得。此外，在对宏观经济周期判断时带有较强的主观性，从而使得模型的结果具有主观性。

3、KMV 模型

KMV 模型是穆迪 KMV 公司利用期权定价理论开发出的一种测度企业违约概率的方法，主要对上市公司和上市银行的预期违约率 (ED F) 进行预测。KMV 公司对 Creditmetrics 假设观点提出了挑战，认为违约率是连续变化的。通过仿真试验表明，历史平均违约率和迁移概率可能严重偏离真实概率，并夸大了债务人的违约率；同时 KMV 公司证明在同一债券等级内，违约率可能存在巨大差别，违约率在不同等级之间的范围可能有很大的重叠。有鉴于此，KMV 公司基于期权定价模型推出了债务人的理论预期违约率和经验预期违约率。

理论预期违约率测定的基本思路是从公司股票市场价值、股票价值的波动性

及负债的账面价值估计出公司资产的市场价值 V_A 及其波动性 P_A ，再由公司长期和短期负债计算出公司的违约点 DPT ，确定违约距离 DD 和经验违约率 EDF 之间的映射关系。

$$DD = \frac{E(V_1) - DPT}{\sigma_A} \quad (1)$$

假定资产收益服从对数正态分布，以资产收益标准差来表示 DD ，则可得到：

$$DD = \frac{\ln(V_n / DPT_T) + [\mu - (\sigma^2 / 2)T]}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2)$$

以上计算的理论 EDF 与现实可能有很大差异，为此 KMV 公司通过建立全球范围企业违约信息的数据库计算出各类信用等级企业的经验预期违约频率，即将所有离违约点为 n ($n=2, 3, \dots$) 个标准差的企业聚集在一起，观察有多少家企业出现违约。计算公式如下：

经验预期违约概率 = 年初资产价值离违约点有 $n\sigma$ 之远的企业一年中出现违约的企业数量 / 年初资产价值离违约点有 $n\sigma$ 之远所有企业数量

KMV 模型是对违约率传统测度方法的一次重要革命，其优势在于：一是因为数据是基于股票市场数据，而非“历史记载”企业账面资料，使得该方法具有前瞻性，更能反映企业当前的违约状况，预测能力更强和更准确；二是由建立在现代公司理财理论和期权理论上的“结构性模型”得出的预期违约概率具有较强的说服力；三是可以利用公开获得的公司财务数据来计算违约率，适用于上市公司。但 KMV 模型也存在许多缺陷，首先，模型应用范围具有局限性，通常只针对上市公司预期违约率的评估；其次，KMV 模型中企业资产价值呈正态假设条件往往与现实相违背，该模型如果没有企业资产价值的正态假定，很难计算出理论 EDF ；最后模型对违约点的确定不准确，从而影响到计算结构的准确性。

4、Creditrisk⁺模型

Creditrisk⁺模型是瑞士信贷银行金融产品部于 1997 年推出的信贷风险管理系统，Creditrisk⁺模型将保险精算学的框架用于债券贷款组合损失的概率分布的计算中。Creditrisk⁺模型把价差风险看做是市场风险的一部分，模型对违约产生的原因没有做任何假设，债务人 A 要么违约，概率为 P_A ，要么不违约，概率为 $1 - P_A$ ，因此模型属于违约模式，并假定对于一项贷款在给定期间（如 1 月）的违约率对于任何月份都是一样的。同时对于众多的债务人，任何特定债务人的违约率都非常小，并且在不同期间违约发生的数目彼此独立。在这些条件下，对

于给定的期间，违约率被模型化为一种有着一定概率分布的连续变量，违约数目概率分布服从泊松分布：

$$P(n\text{次违约}) = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

该模型优点是对贷款组合的损失概率分布有闭型解，不需要采用模拟技术，计算速度也快；另外输入数据较少，只需每笔贷款的违约率和 *LGD*，不需要利率期限结构或信用等级迁移概率信息。但该模型的缺陷是违约概率依赖于一些随机变量，模型未解释风险头寸的变化与这些随机变量的关系。

比较以上四种模型可知，Creditportfolio View 模型和 KMV 模型其实是对 Creditmetrics 模型的修正与改进，Creditportfolio View 模型把宏观经济因素纳入对迁移矩阵的调整，但没有改变违约概率测度的离散性。而 KMV 模型则改进了分类的方法，用连续性变量 *DD* 来实现对违约率的基数测度，这无疑是一个质的进步，它使违约概率的测度更加精确化。Creditmetrics 模型和 Creditportfolio View 模型是一种传统的方法，任何具有一定数据积累的商业银行和评级公司都可以建立自己的违约数据库。而 KMV 模型则更侧重于对未来的预测，在某种程度上对企业状况的变化更为敏感，但使用范围更加严格，比较适用于资本市场成熟地区的上市公司。此外，KMV 模型对违约率测定是基于企业股票市场价格数据变化的分析，可以随时根据股票市场价格的变化更新模型的输入数据，能较好反映企业违约新状况，因此该模型是动态模型，是一种向前看的方法。而 Creditmetrics 模型和 Creditportfolio View 模型则是对企业信用等级迁移及其概率的历史数据分析，信用评级在相当长的时间为静态，这使得模型不能反映企业信用状况的变化，因此该模型是一种向后看的模型。Creditrisk⁺模型作为 Creditmetrics 模型的替代，最大优势在于数据输入少，主要局限性是它并非属于充分估值的受险价值模型，因为它主要集中于损失率，而非贷款价值的变化，因此属于违约模式模型。

表 1 违约概率各种测度方法的特征比较

Table 6.2 Feature comparison of various measurement methods of default probability

项目	Creditmetrics	Creditportfolio View	KMV	Creditrisk ⁺
依据原理与分析方法	评级结果历史数据分析	宏观经济因素调整与模拟	期权定价原理	财险思想
违约状态	盯市模型	盯市模型或违约模型	违约模型或盯市模型	违约模型

违约驱动因素	资产价值及其波动	宏观经济因素	资产价值及其波动	预期违约率
测度的条件性	无条件测度	条件测度	条件测度	条件测度
测度的离散型或连续性	离散测度	离散测度	连续测度	连续测度

资料来源：管七海，冯宗宪. 信用违约测度研究：文献综述与比较[J]，世界经济，2004，(11)：40-54.

二、违约损失率的测度研究

违约损失率（Loss Given Default，简称“LGD”）是指债务人一旦违约将给债权人造成的损失数额占风险暴露（债权）的百分比，即损失的严重程度。用于测度违约损失率的方法主要有历史数据平均法、资产估值法、非参数法、因素模型法和模拟技术等。

1、历史数据平均法

该方法是预测违约损失率（=1-回收率）的最原始和最常用的方法之一，目前大多数银行都采用这种方法预测违约损失率。用历史数据平均法估计违约损失率时，首先将回收率历史数据进行加权平均，然后推出某一类或组合资产的违约损失率的历史平均值。历史数据平均法按照其采取的不同权数可分为三类：

①违约加权法：在给定的时期（如一年）内，假设有价证券的违约损失率总额已知，则违约损失率历史平均值=某一时期内该组合违约损失率总和/违约损失率的总数。

②货币加权法：在给定的时期内，违约损失率历史平均值=该时期的损失总额/全部违约贷款的风险暴露。

③时间加权法：上述两种加权法任何一个所得的违约损失率对时间的平均。

在新巴塞尔协议的 IRB 高级法中，监管当局允许银行对公司暴露、主权暴露和银行暴露使用自己估计的违约损失率。违约损失率按违约风险暴露的百分比计量，即用违约加权平均数来计量。

历史数据平均法的缺陷在于在测量违约损失率时较为保守，没有考虑诸如信用周期、借款人对经济环境的敏感度等重要因素；同时，穆迪的研究表明，贷款和债券回收率的概率一般呈现双峰分布，因此，使用历史数据平均法作为回收率预测可能会产生误差。

2、资产估值法

该方法是根据对债务资产在无违约和违约状态下价值的变化进行估计，进而确定违约损失率，包括市场违约损失率、清算违约损失率和市场隐含违约损失率。

①市场违约损失率。在违约事件发生后，以市场为基础，利用直接在市场上观察到的上市交易的债券或贷款在违约发生前后出现的价差来估计违约损失率。市场违约损失率以 Edward 和 Allan(1994)的研究为代表。

$$LGD = 1 - \frac{\text{债务工具的市场价值}}{\text{违约试点的债务面额}} \quad (4)$$

现行评级机构对回收率的研究大多基于此法。该方法反映了投资者折现后的预期回收率，且本金折现、利息支付损失及重组过程中的相关费用都已包含在回收率中。

②清算违约损失率。也称现金回收折现法，清算违约损失率以 Asarnow 和 Edward(1995)以及 Hamilton(1999)等的研究为代表。清算违约损失率以清算过程中产生的一些列现金流的现值与风险暴露值 EAD 为基础确定违约损失率。

$$LGD = 1 - \frac{\sum_1^T CF_t(1+r_t)^{-1}}{EAD} \quad (5)$$

其中 CF_t 为第 t 期的现金流， r_t 为折现率。

③市场隐含违约损失率。该方法是通过利用资产定价模型由风险（未违约）债券价格计算债券违约后的违约损失率。市场隐含违约损失率是从市场上尚未出现违约的债券或贷款的信用升水幅度中隐含的风险信息分析得出违约损失率，这种方法要应用复杂的资产定价模型，也需要充足的数据支持这种复杂的分析。因此，目前很少直接用来度量违约损失率。

(3) 因素模型法

①单因素模型法

单因素回收率估计模型是由 Frye (2000) 根据 Cordy (2000) 模型建立的由单个系统性风险因素驱动的回收率模型。

Frye 模型假设系统风险因子 X 是影响公司是否违约及其回收金额的主要因素。从公司 j 的角度看，有两个因素 X 和 ξ_j 影响公司， X 对所有公司具有影响， ξ_j 只影响公司 j ，这两个因素共同决定公司 j 的资产收益率 r_j ：

$$r_j = \rho X + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_j \quad (6)$$

假设 X 和 ξ_j 服从互相独立的标准正态分布，从而 r_j 也服从标准正态分布。

在模型中，当公司的资产价值低于某一值时公司则发生违约，令 D_j 表示公

司发生违约的事件:

若 $r_j < N^{-1}(PD_j)$, 则 $D_j = 1$, 否则 $D_j = 0$ 。

公式中 PD_j 为公司 j 的违约概率。

在已知 X 的条件下, 观察到的违约概率接近它的条件违约概率:

$$\begin{aligned} DF_j &= P(r_j < N^{-1}(PD_j) | X = x) \\ &= P(\rho x + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_j < N^{-1}(PD_j)) \\ &= P\left(\xi_j < \frac{N^{-1}(PD_j) - \rho x}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) = N\left(\frac{N^{-1}(PD_j) - \rho x}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

ρ 为资产相关系数, 即 $\text{corr}(r_j, X) = \rho$ 。

在违约事件 D_j 中, 回收率既取决于系统因素 X , 又取决于特质因素 Z_j , Z_j 只影响违约事件 D_j 中的回收率, 因此, 可以估计出回收率 R_j :

$$R_j = \mu_j + \sigma q X + \sigma \sqrt{1 - q^2} Z_j \quad (8)$$

q 为回收相关系数, 即 $\text{corr}(R_j, X) = q$ 。

假设 Z_j 与 X 服从相互独立的标准正态分布, 因此, R_j 服从均值为 μ_j , 方差为 σ^2 的正态分布。可以把 μ 、 σ 和 q 解释为回收率的数量、质量和回收率的敏感性因子。

根据公式(7), 结合违约概率表中数据, 利用条件最大似然估计可以求得 ρ , 然后再根据公式(8), 并结合回收数据, 利用最大似然率估计则可估计出其他参数。

②多因素模型法

基于此法的著名模型是穆迪的 LossCalc™ 多元回归模型。LossCalc™ 模型是穆迪根据其评级数据库于 2002 年开发的估计回收率的模型, 该模型利用美国 20 多年间 1,800 多个违约观测数据(该数据覆盖了各个行业中 900 多个违约上市和非上市企业), 对美国债券、贷款和优先股的违约损失率建立了立即违约和 1 年后违约损失率两种方式的估计模型。

LossCalc™ 模型在对债券、贷款及优先股的违约损失率的估计中充分考虑了贷款类型和优先等级、公司资本结构、行业影响以及宏观经济环境等因素, 总共涉及 9 个变量。该多因素模型为:

$$\hat{Y} = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_k X_k \quad (9)$$

其中， X_i 是 LossCalc™ 模型中的解释变量，反映了上述所提及的诸因素，而预测值 \hat{Y} 作为被解释变量是一个正态化的回收率。

表 2 LossCalc™ 模型变量结构

类型	变量	含义	
被解释变量	\hat{Y}	违约损失率	
	X_1	债务类型和优先级别	违约损失率历史平均值
	X_2	公司资本结构	债务的相对级别
	X_3		公司资产负债率
解释变量	X_4	行业影响	各行业违约损失率移动平均值
	X_5		银行发展指数
	X_6	宏观经济环境	一年期违约概率中位数
	X_7		穆迪破产企业债券指数
	X_8		投机级债券 12 各月平均违约概率
	X_9		经济领先指数的变化值

穆迪 LossCalc™ 模型计算结果表明，债务类型和优先级别对违约损失率的影响贡献度最高，为 37%；其次是宏观经济环境因素，为 26%；再次是行业影响因素，为 21%；最后是公司资本结构因素，为 16%。

(4) 非参数方法

非参数方法是对违约损失率的分布不做具体假定，而只在对其分布有一个直观的判断下，对违约损失率的特征进行统计推断，Renault 和 Scaillet 运用非参数估计法给出了违约损失率的无偏估计。其基本思路是根据违约损失率概率密度在经验分析中表现出的分布特性，利用 Beta 核密度估计法对违约损失率的概率密度进行无偏估计。因为 Beta 核具有两个非常好的性质，即分布形式灵活，且在 $[0, 1]$ 区间取值，而违约损失率正好具有这种特性。Beta 核密度估计法的优点在于：

(a) 容易实现、无边界偏差（如果用正态分布作为核函数，则会出现边界偏差）、估计值非负且估计精度高；

(b) 即使真实分布密度在取值边界是无界的，Beta 核密度估计仍然具有相容性，而这种相容性对实际问题中经常出现的 0% 和 100% 的回收率情形特别重要；

(c) 与 LossCalc™ 模型不同，该方法避免了正态分布与 Beta 分布之间的转换。Renault 和 Scaillet 估计违约损失率运用的 Beta 核估计为：

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K(X_i, x/b+1, (1-x)/b+1), x \in [0,1] \quad (10)$$

其中 X_1, \dots, X_n 为取值于 $[0, 1]$ 区间的未知总体 f 的样本，而非对称核 K 为 Beta 概率密度函数：

$$K(\mu, \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \mu^{\alpha-1} (1-\mu)^{\beta-1}, \mu \in [0,1] \quad (11)$$

基于上述模型, Renault 和 Scaillet 通过对标准普尔评级债券 LGD 的分析, 发现债务类型和优先级别及行业因素对违约损失率的概率分布具有显著的影响。而且, 通过非参数估计发现, 违约损失率的概率分布远非理论界一致认为的 Beta 分布, 因此这样的分布假定会对信用风险资本要求的估计产生高估和低估现象。LossCalc™ 模型对违约损失率的概率分布做了 Beta 分布近似的假定, 因此, 在用经验数据估计违约损失率的 Beta 概率分布以后, 在计算资本要求时要注意信用损失分布的尾部, 特别是高置信水平下的情况。

三、利用迁移矩阵确定长至数年的违约概率

长至数年的违约概率的确定, 除了通过研究历史数据之外, 还可以通过对信用等级迁移矩阵的分析来进行推算。

从信用等级迁移矩阵中, 可以得到年末公司的信用评级发生变化的概率以及不同信用等级公司出现违约的概率。通过这两方面的数据, 可以分析得出至第二年公司的违约概率。第二年的违约概率 $P_{D,2}$ 等于迁移至不同信用等级的概率 (P_G) 乘以对应信用等级的违约概率 $P_{D/G}$ 之和:

$$P_{D,2} = \sum_G P_G P_{D/G} \quad (12)$$

$$= P_{AAA} P_{D/AAA} + P_{AA} P_{D/AA} + P_A P_{D/A} + P_{BBB} P_{D/BBB} + P_{BB} P_{D/BB} + P_B P_{D/B} + P_{CCC} P_{D/CCC} + P_D P_{D/D}$$

其中, P_{AAA} 表示迁移至评级 AAA 的概率, $P_{D/AAA}$ 表示自年初开始评级为 AAA 公司的年违约概率, 其他类似。

计算出第一年和第二年迁移至其他信用等级的概率之后, 就可以推算出第三年出现违约的概率; 同样, 计算出第三年迁移至其他信用等级的概率之后, 就可以推算出第四年出现违约的概率, 其他年份违约概率计算以此类推。

在此, 以 M 来表示信用等级迁移矩阵, G 为迁移至不同信用等级概率的列向量。

$$G = \begin{bmatrix} P_{AAA} \\ P_{AA} \\ P_A \\ P_{BBB} \\ P_{BB} \\ P_B \\ P_{CCC} \\ P_D \end{bmatrix} \quad (13)$$

以评级为 AA 的公司为例，年初时该列向量为：

$$G_{T=0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

到年末，该信用等级的概率分布为 M 乘以 G：

$$G_{T=1} = MG_{T=0} \quad (15)$$

重复演算该公式，就可以得到 N 年后的信用等级概率分布：

$$\begin{aligned} G_{T=2} &= MG_{T=1} = M^2 G_{T=0} \\ G_{T=3} &= MG_{T=2} = M^3 G_{T=0} \\ &\dots \\ G_{T=N} &= MG_{T=N-1} = M^N G_{T=0} \end{aligned} \quad (16)$$