

国际高信用等级债隐含违约率及估值研究

安融信用评级有限公司

一、当下投资级债券价格所隐含的违约概率

1、研究样本

我们取 2009 年 2 月 26 日 Moody 评级在 Baa 以上交易最活跃的 10 只不含权债券作为研究样本。相应的债券信息如下：

表 1 债券信息

发行者	评级	收盘价	到期日	息票率	年收益率
CITIGROUP	Aaa	99.649	2012/4	2.125%	2.241%
CAPMARK FINANCIAL GP	Baa	24.125	2012/5	5.875%	64.904%
GOLDMAN SACHS GP	Aaa	99.780	2011/7	1.625%	1.720%
GENERAL ELECTRIC CAPITAL	Aaa	99.811	2012/6	2.200%	2.260%
MORGAN STANLEY	Aaa	99.109	2012/6	1.950%	2.232%
SUNTRUST BANK	Aaa	102.378	2011/11	3.000%	2.090%
KRAFT FOODS	Baa	103.525	2017/8	6.500%	5.962%
MORGAN STANLEY	Aaa	100.020	2011/9	2.000%	1.992%
BANK OF AMERICA NA	Aaa	100.312	2012/4	2.100%	1.998%
GOLDMAN SACHS GP	Aaa	103.264	2012/6	3.250%	2.213%

数据来源：www.wall street journal.com

2、隐含违约率计算

粗略估计债券价格所隐含的违约率所用的公式如下：

$$\text{隐含违约率} = \frac{\text{债券收益率} - \text{市场利率}}{1 - \text{恢复率}}$$

据 Moody 的研究报告显示，对于高级无担保债券，其恢复率的历史均值为 40%，最低值为 20%，出现在大萧条期间。在 1982-2008 年间，在当前经济放缓的环境下，恢复率估计将在 35%-45% 之间。下表是对样本内债券在不同恢复率之下所计算出的隐含违约率（年度）：

表 2 不同恢复率之下所计算出的隐含违约率

发行公司	年收益率	恢复率		
		20%	40%	35%-45%
CITIGROUP	2.241%	1.9%	2.548%	2.35%-2.78%
CAPMARK FINANCIAL GP	64.904%	80.229%	106.987%	98.75%-116.71%
GOLDMAN SACHS GP	1.720%	1.249%	1.680%	1.55%-1.83%
GENERAL ELECTRIC CAPITAL	2.260%	1.924%	2.580%	2.38%-2.81%
MORGAN STANLEY	2.232%	1.889%	2.533%	2.47%-2.92%
SUNTRUST BANK	2.090%	1.711%	2.297%	2.12%-2.51%
KRAFT FOODS	5.962%	6.551%	8.750%	8.08%-9.55%
MORGAN STANLEY	1.992%	1.589%	2.133%	1.97%-2.33%
BANK OF AMERICA NA	1.998%	1.596%	2.143%	1.98%-2.34%
GOLDMAN SACHS GP	2.213%	1.886%	2.532%	2.31%-2.73%

*2009 年 2 月 26 日美国一年期国债二级市场收益率为 0.712%

3、历史违约率

据 Moody 研究报告显示，1994-2008 年间不同级别的债券的违约率如下（单位：%）

表 3 1994-2008 年间不同级别的债券的违约率

Cohort	Aaa	Aa	A	Baa	Inv. Grade
1994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1995	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1996	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1997	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1998	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1999	0.000	0.000	0.000	0.140	0.031
2000	0.000	0.000	0.000	0.623	0.137
2001	0.000	0.000	0.728	0.957	0.548
2002	0.000	0.000	2.718	2.529	1.931
2003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2005	0.000	0.000	0.000	0.201	0.073
2006	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2007	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2008	0.000	0.816	2.370	1.108	1.466
Mean	0.000	0.054	0.388	0.371	0.279
Median	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
StDev	NA	0.211	0.898	0.703	0.600
Min	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Max	0.000	0.816	2.718	2.529	1.931

表 4 2008 年实际违约的高级无担保债券恢复率

发行企业	恢复率
Lehman Brothers Holdings, Inc	9.3%
GMAC LLC	69.9%
Washington Mutual Bank	26.5%
Residential Capital, LLC	51.7%
Washington Mutual, Inc	57.0%
Downey Financial Corp.	0.5%
Fremont General Corporation	46.0%
Luminent Mortgage Capital, Inc.	27.3%
Triad Financial Corporation	76.5%
Franklin Bank Corp.	0.0%
平均	35.4%
中位数	27.3%

4、Moody 对 2009 年不同行业的违约率的预计

表 5 Moody 对 2009 年不同行业的违约率的预计

One-Year Corporate Default Rate Forecasts by Industry					
Industry	U.S.	Europe	Industry	U.S.	Europe
Transportation: Consumer	31.8%	2.5%	Services: Consumer ¹	7.6%	94.8%
Media: Broadcasting & Subscription	24.6%	11.4%	Healthcare & Pharmaceuticals	7.0%	2.8%
Automotive	22.6%	13.9%	FIRE: Finance	6.8%	3.3%
Media: Advertising, Printing & Publishing	22.3%	16.7%	Chemicals, Plastics, & Rubber	6.7%	12.9%
Hotel, Gaming, & Leisure	18.9%	14.2%	Beverage, Food, & Tobacco	6.7%	3.3%
Consumer goods: durable	16.3%	34.6%	Environmental Industries	6.2%	0.1%
Consumer goods: non-durable	14.7%	21.0%	Energy: Oil & Gas	5.7%	1.1%
Containers, Packaging, & Glass	14.6%	8.7%	FIRE: Real Estate	5.3%	0.0%
Retail	14.6%	3.8%	Telecommunications	5.2%	8.7%
Services: Business	14.2%	19.1%	Media: Diversified & Production	5.2%	2.4%
Transportation: Cargo	13.6%	8.9%	Energy: Electricity	4.9%	0.4%
Metals & Mining	13.0%	13.0%	FIRE: Insurance	1.5%	1.9%
Construction & Building	12.5%	9.3%	Utilities: Electric	0.9%	0.2%
Forest Products & Paper	10.4%	11.3%	Banking	0.4%	1.6%
Capital Equipment	9.9%	7.2%	Government Related Corp. Issuers	0.4%	1.4%
High Tech Industries	9.4%	11.7%	Utilities: Oil & Gas	0.4%	0.4%
Wholesale	9.1%	0.8%	Utilities: Water	0.1%	0.3%
Aerospace & Defense	7.8%	3.2%			

5、样本数据的隐含违约率与历史违约率比较

表 6 本数据的隐含违约率与历史违约率比较

发行企业	是否过度恐慌 (以 Moody 对 2009 年不同行业的违约率预测为参照标准)			
	Moody 预计	按 20%的恢复率	按 40%的恢复率	按 35%-40%的恢复率
CITIGROUP	0.4%	是	是	是
CAPMARK FINANCIAL GP	6.8%	是	是	是
GOLDMAN SACHS GP	0.4%	是	是	是
GENERAL ELECTRIC CAPITAL	6.8%	否	否	否
MORGAN STANLEY	0.4%	是	是	是
SUNTRUST BANK	0.4%	是	是	是

KRAFT FOODS	14.7%	否	否	否
MORGAN STANLEY	0.4%	是	是	是
BANK OF AMERICA NA	0.4%	是	是	是
GOLDMAN SACHS GP	0.4%	是	是	是
发行企业	是否过度恐慌 (以相应信用级别的历史违约率为参照标准)			
	历史 最大值	按 20%的恢复 率	按 40%的恢复 率	按 35%-40%的恢复 率
CITIGROUP	0	是	是	是
CAPMARK FINANCIAL GP	2.529%	是	是	是
GOLDMAN SACHS GP	0	是	是	是
GENERAL ELECTRIC CAPITAL	0	是	是	是
MORGAN STANLEY	0	是	是	是
SUNTRUST BANK	0	是	是	是
KRAFT FOODS	2.529%	是	是	是
MORGAN STANLEY	0	是	是	是
BANK OF AMERICA NA	0	是	是	是
GOLDMAN SACHS GP	0	是	是	是

由上可见，不论是以 Moody 对未来一年内的不同行业企业违约率的预计还是以历史上不同信用等级的债券违约率数据为标准，目前的债券市场价格隐含的违约率都高于应有的水平，具有买入价值。

二、债券估值模型

1、不含权债券

不含权债券的现金流由两部分组成：一是债券到期之前的定期息票利息收入，二是到期价值收入。

首先需确定如下比例：

$$\omega = \frac{\text{交割日到下一个付息日之间的天数}}{\text{计息周期天数}}$$

美国公司债券的天数计算规则为 30/360，即假设每月有 30 天，每年有 360 天。若息票为半年一付，则计息周期天数=180。

则距到期日有 n 次利息支付的债券价格为：

$$p = \frac{c}{(1+i_1)^\omega} + \frac{c}{(1+i_2)^{1+\omega}} + \frac{c}{(1+i_3)^{2+\omega}} + \Lambda + \frac{c+M}{(1+i_n)^{n-1+\omega}} \quad (1)$$

对于零息债券， $c=0$

上式中， p -价格

c -半年利息支付额

M -债券面值

n -剩余付息期数

i_j -贴现率

其中， i_j 由无风险利率和必要的风险溢价构成，以此方法计算出的价格为全价。

由于美国债券市场采用净价报价，则在估计其理论价格时，应从

(1) 式中减去应计利息。其计算公式如下：

$$\text{应计利息} = \frac{\text{票面利率}}{\text{一年内付息次数}} * \frac{\text{已计息天数}}{\text{计息周期天数}}$$

对于零息债券，其净价与全价相等。

2、可赎回债券

可赎回债券赋予发行人在特定的时间以预定的价格赎回债券的权利。其价值可表述如下：

可赎回债券的价值=不含权债券的价值-嵌入期权的价值

嵌入其中的期权类型有三：（1）美式期权：发行人可在赎回期内的任意时间以特定的价格赎回债券；（2）百慕大期权：发行人可在特定的日期（通常与息票发放日期相同）赎回债券；（3）欧式期权：可视为只有一个赎回日期的百慕大期权。

我们采用单因素 Hull-White 模型构建利率过程，其方程为：

$$dr(t) = (\theta(t) - ar(t))dt + \sigma dW_t$$

其中， a 为短期利率的均值回复， σ 为短期利率的瞬态标准差， dW_t 为 Wiener 过程， $\theta(t)$ 是为了保证模型适合初始期限结构而进行选择的时间函数。 $\theta(t)$ 的公式为： $\theta(t) = F_t(0,t) + \sigma^2 t$ ，式中， $F(0,t)$ 为在 0 时刻观测到的 t 时刻的瞬态远期利率， $F_t(0,t)$ 为 $F(0,t)$ 对 t 的导数。

对可赎回债券而言，当赎回价格低于让债券留存到下个节点的预期成本时，发行者可以执行赎回期权从而提前赎回债券。对于含有非欧式期权的债券，其价值有路径依赖性，在采用 Hull-White 的三叉利率数进行定价时，应根据每一个节点上的远期利率，采用回溯的方法确定债券在该时刻的价值，若该时刻的债券价格 (B_t) 大于赎回价格 (K)，对发行者来说，最优策略为赎回该债券，故此时对投资者来说债券的实际价值为 (K)，即在每一个发行者可执行赎回权的节点上，债券的价格应为 $\min(B_t, K)$ 。通过加总对所有利率路径上贴现而来的债券价格并乘以相应的概率，便得到了可赎回债券的价格。

三、债券估值实例

Lyden 和 Saraniti (2000) 认为，在定价模型中引入随机利率对定价结果影响甚微，所以在 1、2 两例中，我们采用静态期限结构对

债券价值进行贴现，选用美国国债收益率（Treasury Constant Maturity Rate）作为基准利率，并通过 Piecewise cubic Hermite 插值得到完整的无风险收益率曲线。

1、零息债券

我们以可口可乐公司在 1995 年发行的 25 年期零息债券为例计算其理论价值，债券信息如下：

表 7 债券信息

Issue:	Coca Cola Enterprises Inc Nt Zero Cpn 20		
CUSIP/ISIN/SEDOL:	191219AV6/ US191219AV64/ B01CQJ5		
Type:	Corporate		
Moody/S&P:	A3/A	Settlement Date:	03/05/2009
Coupon:	0	Issue Date:	06/20/1995
Maturity Date:	06/20/2020		
Frequency:	N/A	Category:	Industrial
First Coupon:		Delivery:	Book Entry
Next Coupon:		Minimum Amount:	1000
Last Coupon:		Denomination Amount:	1000
Original Issue Size:	\$1,932,480,000	Outstanding Issue Size:	\$131,000,000

由于零息债券的净价与全价相等，所以我们在测算出债券溢价之后，可直接用公式（1）对债券价格进行折现。

Clinebell, Kahl 和 Stevens (1996) 文中结果显示，单变量时间序列模型比随机游走模型能更好的拟合债券溢价序列。我们用计算出的债券到期收益率与同期国债收益率之差 (prem) 作为风险溢价的度量。相关性检验结果显示其自相关函数和偏相关函数均为拖尾序列，我们基于最小二乘法对其进行拟合，最优结果如下：

表 8 基于最小二乘法拟合最优结果

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DJ	0.000755	0.000359	2.104718	0.0355
DJ*PREM(-1)	-0.081481	0.021747	-3.746780	0.0002
PREM(-1)	0.568163	0.029634	19.17241	0.0000
PREM(-5)	0.263758	0.054428	4.846002	0.0000
PREM(-6)	0.172589	0.058579	2.946257	0.0033
AR(1)	-0.334739	0.034462	-9.713193	0.0000
AR(5)	-0.239561	0.054324	-4.409884	0.0000
AR(6)	-0.182547	0.031670	-5.764006	0.0000
AR(7)	-0.141667	0.031560	-4.488784	0.0000
R-squared	0.750698	Mean dependent var		0.013436
Adjusted R-squared	0.749049	S.D. dependent var		0.005579
S.E. of regression	0.002795	Akaike info criterion		-8.914726
Sum squared resid	0.009451	Schwarz criterion		-8.877030
Log likelihood	5442.526	Hannan-Quinn criter.		-8.900537
Durbin-Watson stat	2.064189			
Inverted AR Roots	.72+.45i -.43+.51i	.72-.45i -.43-.51i	-.04+.73i -.82	-.04-.73i

$$\begin{aligned}
 \text{PREM} = & 0.000755 * \text{DJ} - 0.081481 * \text{DJ} * \text{PREM}(-1) + 0.568163 * \text{PREM}(-1) \\
 & + 0.263758 * \text{PREM}(-5) + 0.172589 * \text{PREM}(-6) \\
 & [\text{AR}(1) = -0.334739, \text{AR}(5) = -0.239561, \text{AR}(6) = -0.182547, \text{AR}(7) = -0.141667]
 \end{aligned}$$

其中 DJ 为哑元变量，代表债券溢价的 1 月效应（见 Tinic 和 West(1984)）

对 2002-7-30 以后的债券价格用当日的国债收益率和基于历史数据的债券溢价估计值对当日债券的理论价格进行估计，并将真实价格和计算出的理论价格绘于下图中。

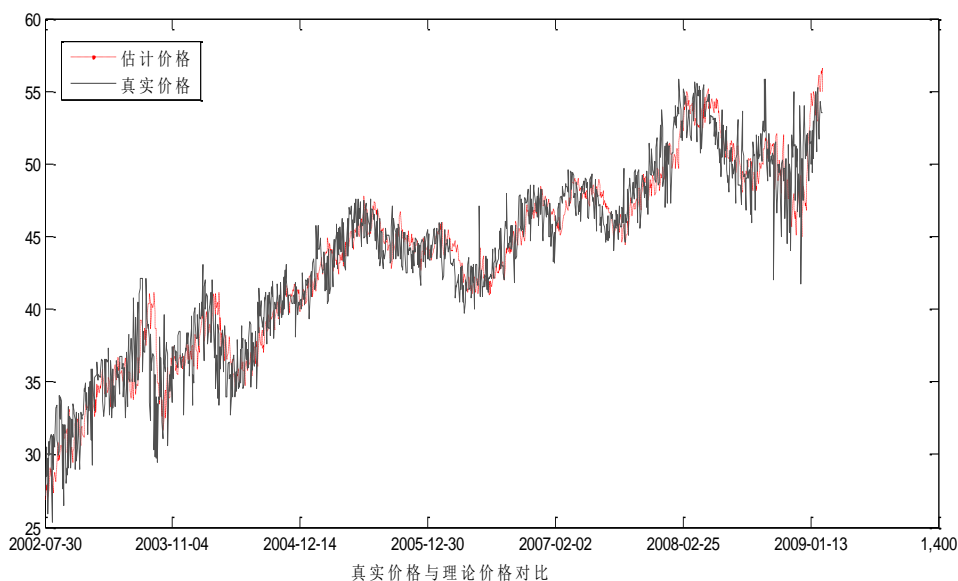


图 1 真实价格与理论价格对比图

计算出来的理论价格与当日债券收盘价的绝对偏差的均值为 0.0372，标准差为 0.0510。

2、付息债券

我们以花旗银行在 2007 发行的息票率为 5.4% 的 5 年期付息债券为例计算其理论价值。

表 9 理论价值计算

Issue:	Cit Group Inc Sr Nt 5.4%12 Listed		
CUSIP/ISIN/SEDOL:	125581CT3/ US125581CT31/ B1RGLL5		
Type:	Corporate		
Moody/S&P:	Baa2/BBB+	Settlement Date:	03/05/2009
Coupon:	5.4	Issue Date:	02/13/2007
Maturity Date:	02/13/2012		
Frequency:	Semiannually	Category:	Financial
First Coupon:	08/13/2007	Delivery:	Book Entry
Next Coupon:	08/13/2009	Minimum Amount:	1000
Last Coupon:	08/13/2011	Denomination Amount:	1000
Original Issue Size:	\$500,000,000	Outstanding Issue Size:	\$500,000,000

我们用该债券的到期收益率与一年期国债收益率之差作为债券

溢价的度量。进入 08 年以后，该溢价序列呈现出很明显的波动聚类特征，用 GARCH 过程拟合的最优结果如下：

表 10 GARCH 过程拟合的最优结果

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.016639	0.006753	2.464071	0.0137
PREM(-1)	0.403133	0.050566	7.972350	0.0000
PREM(-2)	0.590375	0.050499	11.69072	0.0000
AR(1)	0.107018	0.055432	1.930627	0.0535
AR(2)	-0.295687	0.046648	-6.338720	0.0000
Variance Equation				
C	0.000397	0.000359	1.104931	0.2692
RESID(-1)^2	0.235015	0.061470	3.823228	0.0001
GARCH(-1)	0.836784	0.031803	26.31162	0.0000
GED PARAMETER	0.957831	0.058729	16.30925	0.0000
R-squared	0.954105	Mean dependent var	7.595557	
Adjusted R-squared	0.953309	S.D. dependent var	7.684345	
S.E. of regression	1.660448	Akaike info criterion	1.959876	
Sum squared resid	1271.018	Schwarz criterion	2.039397	
Log likelihood	-451.5709	Hannan-Quinn criter.	1.991162	
F-statistic	1197.959	Durbin-Watson stat	2.244794	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.05+.54i	.05-.54i		

$$\text{PREM} = 0.0166391213169 + 0.40313332107 * \text{PREM}(-1) + 0.590374899419 * \text{PREM}(-2) + [\text{AR}(1) = 0.107018287647, \text{AR}(2) = -0.295687192569]$$

$$\text{GARCH} = 0.000396916722149 + 0.235014868355 * \text{RESID}(-1)^2 + 0.836784246818 * \text{GARCH}(-1)$$

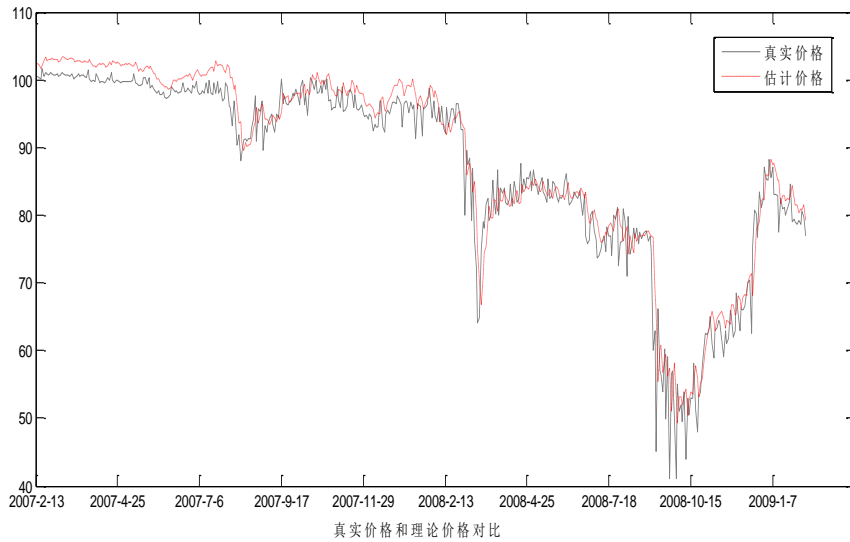


图 2 真实价格和理论价格对比

计算出来的理论价格与当日债券收盘价的绝对偏差的均值为 0.0179，标准差为 0.0501。

3、可赎回债券

我们以通用电气在 2004 年 5 月发行的 8.5 年期可赎回债券（含百慕大式买权）为例计算其理论价值，债券信息如下：

表 11 债券信息

Issue:	General Elec Cap Corp Mtn Be Fr 4.25%111912 Callable 05/09@100 - Multi-Step Coupon		
CUSIP/ISIN:	36962GJ21/ US36962GJ213		
Type:	Corporate		
Moody/S&P:	Aaa/AAA	Settlement Date:	03/16/2009
Coupon:	05/19/2004 @ 4.250 ▼	Issue Date:	05/19/2004
Maturity Date:	11/19/2012		
Frequency:	Semiannually	Category:	Financial
First Coupon:	11/19/2004	Delivery:	Book Entry
Next Coupon:	05/19/2009	Minimum Amount:	1000
Last Coupon:	05/19/2012	Denomination Amount:	1000
Original Issue Size:	\$50,000,000	Outstanding Issue Size:	\$50,000,000

息票率	买权日程表			
2004-05-19@4.2 50	赎回保护期			
2006-05-19@4.5 00	2006-05-19@100	2006-11-19@100	2007-05-19@100	2007-11-19@100
2008-05-19@5.2 50	2008-05-19@100	2008-11-19@100	2009-05-19@100	2009-11-19@100
2010-05-19@6.5 00	2010-05-19@100	2010-11-19@100	2011-05-19@100	2011-11-19@100
	2012-05-19@100			

我们采用 Hull-White 单因素模型生成二叉树来模拟利率过程，模型中的远期利率由即期美国国债收益率推导而出，并通过线性插值得到完整的远期利率曲线。选择的最优 a 和 σ 值均为 0.009。

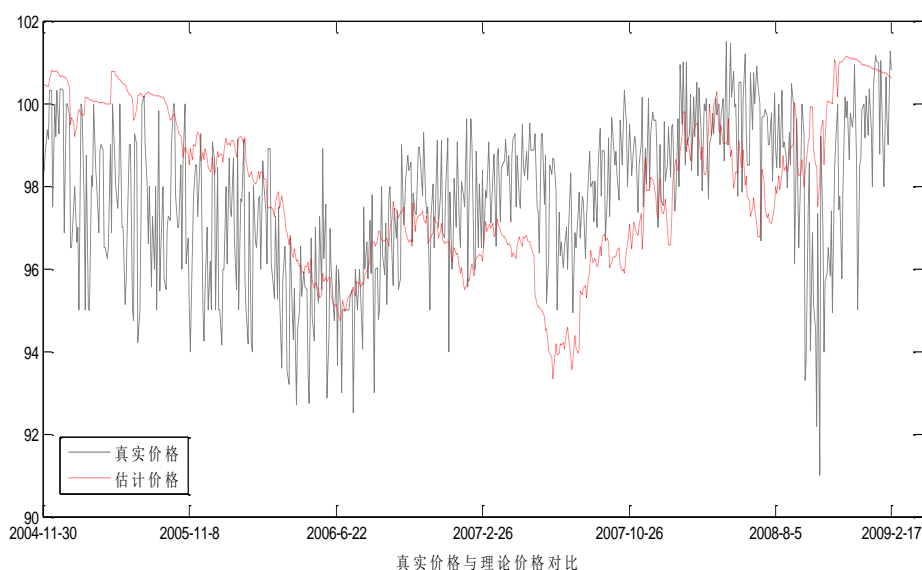


图3 真实价格与理论价格对比

计算出来的理论价格与当日债券收盘价的绝对偏差的均值为 0.0183，标准差为 0.0231。

从以上三例可以看出，对于不含权债券，通过时间序列拟合并采

用一步预报的方法可以较好估计出债券的风险溢价从而计算出债券在未来的理论价格。而对于含权债券，基于 Hull-White 利率模型构建的三叉利率树能较好地捕捉到债券价格的走势。